



Hintergrundinformation der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zum Thema Finanzmathematik

Der Blick in die Zukunft

Beim Blick in die Zukunft spielen Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastik die mathematische Hauptrolle. Um die großen Datenmengen aufzubereiten und zusammenzufassen, wird Statistik benötigt. Zur Berechnung optimaler Ergebnisse verwendet man (nichtlineare) Optimierungsmethoden. Hierbei hat man es zumeist mit riesigen linearen oder nichtlinearen Gleichungssystemen mit sehr vielen Unbekannten zu tun. Partielle Differentialgleichungen – Gleichungen, die Funktionen und ihre Ableitungen beinhalten – sind wichtig. Auch exotisch anmutende Methoden, wie die fraktale Geometrie, kommen zur Anwendung. Benoit Mandelbrot, der Entdecker des „Apfelmännchens“, erkannte bereits vor 40 Jahren, dass Marktbewegungen eine fraktale (selbstähnliche) Struktur aufweisen. Je nach Maßstab wiederholen sich die Auf- und Abwärtsbewegungen der Kurse in gleichem Maßstab über einen kürzeren oder längeren Zeitraum und zeigen einen selbstähnlichen Verlauf. Man kann ihnen daher nicht ansehen, ob sie für einige Tage oder einige Monate gelten.

Black-Scholes-Formel

Die wohl berühmteste finanzmathematische Formel ist die Black-Scholes-Formel, eine Differentialgleichung von 1973. Mit ihr bestimmt man den marktgerechten Preis für eine Option. Sie benötigt lediglich fünf Werte: die Laufzeit, den vorher festgelegten Verkaufspreis, den aktuellen Kurs, den Zinssatz und die Volatilität (Schwankung) des Aktienmarktes, wobei diese eine zu schätzende Größe ist. Schnell wurde die Formel allgemein anerkannt und an den Börsen verwendet, obwohl sie anfangs „falsche“ Werte lieferte. Grund waren Annahmen wie ein ununterbrochener Aktienhandel (also zu jedem Zeitpunkt) ohne Transaktionskosten (die Kosten, die anfallen, wenn ein Anleger kauft oder verkauft), was so nicht gegeben war. Erst einige Zeit nach ihrer Veröffentlichung wurden die gesetzlichen sowie technischen Voraussetzungen dafür geschaffen. Als es dann soweit war, „stimmte“ die Formel. Die Realität hatte sich quasi dem Modell angepasst. Neue Varianten der Black-Scholes-Formel berücksichtigen auch variable Zinsverläufe und nicht stetige Aktienkurse. Zwei der Mathematiker, die an der Entwicklung der Black-Scholes-Formel mitgearbeitet hatten, beteiligten sich später selbst an einem Fonds. Als Russland in den neunziger

Jahren seine Schuldenzahlungen einstellte und daraufhin die Investoren mit Panik reagierten, waren die Verluste des Fonds gewaltig. Ein Beispiel dafür, dass Mathematik noch keine Erfolgsgarantie ist.

Auf die Annahmen kommt es an

Eine der häufigsten Annahmen ist das Prinzip der Arbitrage-Freiheit: Es existiert keine Möglichkeit, ohne eigenes Kapital auf risikolose Art Gewinn zu erzielen. Obwohl es theoretisch sogar möglich wäre, nimmt man das an – da weitere Anleger schnell ebenso agieren würden, wodurch die Voraussetzungen wieder andere wären. Ein Lottoschein zum Beispiel, der verschenkt wird, ist eine Arbitrage-Möglichkeit. Der Beschenkte muss kein eigenes Kapital beisteuern, kann also nichts verlieren und im besten Falle sogar gewinnen.

Eine zweite Annahme: Die klassische Theorie nimmt Märkte ohne Transaktionskosten mit jederzeit beliebig großen Transaktionen an, ohne dass hierdurch der Preis eines Wertpapiers beeinflusst wird. Man kann sich leicht vorstellen, dass Anleger ihr Verhalten überdenken, wenn ein einzelner Anleger oder eine Gruppe besonders große Käufe oder Verkäufe vornehmen. Der Preis einer Aktie wird zwangsläufig davon mit beeinflusst, da auch hier das Prinzip von Angebot und Nachfrage gilt. Wieder einmal hat man es mit dem nicht vorhersagbaren Verhalten der Beteiligten zu tun.

Bei der Portfolio-Optimierung wird vielfach noch mit dem einfachen Einperioden-Modell von Markowitz aus dem Jahr 1952 gearbeitet. Markowitz erhielt 1990 den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften. Vereinfacht gesagt werden hier nur zwei Zeitpunkte betrachtet. Jetzt und ein zukünftiger Zeitpunkt, zu dem eine Entscheidung des Anlegers getroffen wird. Mehrperioden-Modelle betrachten mehrere Zeitpunkte (oder gar einen kontinuierlichen Verlauf) sowie weitere Risikogrößen.

Von den Zinsen weiß man aus Erfahrung, dass sie nicht so stark wie die Aktienkurse schwanken. Dafür hängen sie zumeist von makroökonomischen Einflüssen und politischen Entscheidungen ab. Auch betreffen sie meist sehr große Volumina, sodass schon kleine Änderungen hohe Unterschiede hervorrufen können. Beispiel: eine Landesbank setzt einen neuen Zinssatz fest. Bis heute gibt es kein allgemein anerkanntes mathematisches Modell zur Beschreibung der Zinsverläufe. Es existieren viele – je nach Produkt, Laufzeit und Vorliebe.

Chartisten – oder der Glaube an die Aktienkursverläufe

Schaut man abends fern, so begegnen einem fast immer auch die Zickzack-Kurven der Aktienverläufe. Als technische Analyse bezeichnet man die Beobachtung der Kursverläufe. Wie entwickelt sich ein Kurs kurz-, mittel- und langfristig? Wie verlaufen die Kurse einer Branche und wie verhält sich der Kurs einer Aktie im Verhältnis zu anderen Aktien? Durch den Vergleich der Kurse versuchen Analysten, charakteristische Formationen in den grafisch dargestellten Verläufen zu erkennen. Ihr Hauptziel ist das frühzeitige Erkennen von Zyklen, Trends sowie Trendumkehrungen. Dabei werden so schöne Begriffe wie Widerstandslinien, Advance-Dcline-Linien oder Schulter-Formationen für die Kurven benutzt. Während Ökonomen auch gesamtwirtschaftliche Daten

(Gewinnentwicklung, Ertragskraft eines Unternehmens oder einer Branche usw.) betrachten – man spricht von Fundamentalanalyse – beschränkt sich die technische Analyse auf die Aktienkurse. Sämtliche Informationen, so der Glaube, sind in den Aktienkursen enthalten. Die Größen werden Indikatoren genannt und in Trendfolge-, Trendintensitätsindikatoren, Oszillatoren usw. unterteilt. Ein Trendfolgeindikator sagt allerdings nichts über die Stärke eines Trends aus. Auch vermag er nicht extreme Ausschläge nach oben oder unten vorherzusagen. Die Mathematik darin ist mager: Im Wesentlichen werden unterschiedliche Durchschnitte – zumeist einfache arithmetische Durchschnitte – über verschiedene Zeiträume gebildet. Man spricht von so genannten gleitenden Durchschnitten. Dabei ist es jedem Analysten selbst überlassen, welchen Zeitraum er für seine Betrachtungen zugrunde legt; beliebt sind die letzten 200 Tage. Hierbei werden die Schlusskurse der vorangegangenen 199 Tage und der aktuelle Kurs addiert und durch 200 geteilt. Im weiteren Verlauf wird der jeweils letzte Schlusskurs der Zeitreihe hinzuaddiert und der jeweils älteste gelöscht, so dass eine fortlaufende Zeitreihe der Durchschnittswerte eines Kurses entsteht. Eine weitere Größe ist das Momentum, das die relative Veränderung eines heutigen Kurses gegenüber dem Kurs vor einigen Tagen darstellt. Man bildet entweder den Quotienten der beiden Werte oder schlicht die Differenz. Zeigen beispielsweise Momentum und Kurs in die gleiche Richtung, soll dies auf einen fortgesetzten Trend hindeuten. Eine Garantie gibt es natürlich nicht. Das Momentum ist der meistgenutzte Indikator.

Technische Analysten sind davon überzeugt, aus dem bisherigen Kursverlauf auf die zukünftige Entwicklung schließen zu können, da sie annehmen, dass das Verhalten der Beteiligten stets ähnlich in bestimmten Situationen ist und sich Formationen zeigen, nach denen sich der Markt in Trends und wiederkehrenden, ähnlichen Mustern bewegt.

Man kann die technische Analyse in etwa mit dem Sammeln von Wetterdaten vergleichen. Man stelle sich vor, dass man Wetteraufzeichnungen für Mitteleuropa der letzten 100 Jahre habe. Dann kann man als einen Indikator beispielsweise die Temperatur nehmen und schauen, wie sie sich im letzten Jahr, in den letzten zehn Jahren oder über das komplette Zeitfenster entwickelt hat. Weiter kann man den Tageshöchstwert betrachten, anschließend das Verhältnis aus durchschnittlicher Tagestemperatur und Tageshöchsttemperatur. Wenn man noch den Luftdruck, die Sonnenscheindauer, den Grad der Bewölkung usw. hinzunimmt, gewinnt man immer mehr Indikatoren. Diese lassen sich dann beliebig miteinander kombinieren. Insgesamt wird man wohl die Aussage gewinnen, dass in Mitteleuropa ein gemäßigttes Klima mit seltenen klimatischen Kapriolen vorherrscht. Aber das hilft nicht, zum Beispiel die Temperatur an einem bestimmten Tag um 16.00 Uhr in Berlin-Mitte vorherzusagen. Der Blick in die Vergangenheit liefert eben lediglich einen Anhaltspunkt.

Inzwischen sind die Algorithmen (Lösungsverfahren) so ausgefeilt, dass automatisch per Computer Wertpapiere gehandelt werden. Man nennt dies Algorithmic Trading. Banken und Investmentgesellschaften bieten solche Algorithmen an. Zwar existieren Standard-Algorithmen, doch um das eigene Produkt hervorzuheben, müssen sich die Verfahren zwangsläufig unterscheiden; beispielsweise indem der Kunde weitere Indizes hinzunehmen kann. Auch

private Anleger können komplexe Software-Produkte kaufen, die auf unterschiedlichste Weise Kursverläufe graphisch darstellen. Dabei können bis zu 200 verschiedene Indikatoren gewählt und sogar neue erstellt werden. Ob damit eine realistische Aussage über die Zukunft möglich ist, sei dahingestellt. Im Wesentlichen basieren die Methoden auf Rückschlüssen von der Vergangenheit auf die Zukunft. So kann der Orkan am nächsten Tag heraufziehen – auch ohne vorhergesagt worden zu sein.

Ansprechpartner

Dr. Jörg Wenzel (zu den Themen Kreditderivate und Zinsmodelle)
Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik
Fraunhofer-Platz 1, 67663 Kaiserslautern
Tel.: 0631 / 3 16 00 - 45 01
E-Mail: joerg.wenzel@itwm.fraunhofer.de

Dr. Marco Bargel (Chef-Volkswirt der Postbank)
Deutsche Postbank AG
Friedrich-Ebert-Allee 114 - 126, 53113 Bonn
Tel.: 0228 / 9 20 - 1 11 00
E-Mail: marco.bargel@postbank.de

Medienkontakt

Thomas Vogt
Deutsche Mathematiker-Vereinigung
Medienbüro
Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin
Tel.: 030-314 787 88
Fax: 030-314 787 87
E-Mail: vogt@math.tu-berlin.de
www.mathematik.de
www.dmv.mathematik.de