



Hintergrundinformation der Deutschen Mathematiker-Vereinigung zum Thema Finanzmathematik

Die Tücken des Wertpapierhandels

Hätte die Mathematik die derzeitige Finanz- und Wirtschaftskrise vorhersagen oder sogar verhindern können? Dies mögen sich angesichts der Finanzkrise viele fragen – Kleinanleger ebenso wie solche, die sich beruflich mit Wertpapieren und anderen Finanzprodukten beschäftigen.

Im Prinzip steht der gewöhnliche Anleger vor den gleichen Problemen wie ein Fonds-Manager, Aktienhändler oder Volkswirt einer Bank. Wie werden sich die Aktienkurse entwickeln? Mit welcher Rendite ist zu rechnen? Ist das Portfolio sicher und bringt es den erwarteten Gewinn? Ebenso steht der Staat vor der Aufgabe, wirtschaftliche Größen (Steuereinnahmen, Inflationsrate usw.) schätzen zu müssen.

Erst seit Mitte des vergangenen Jahrhunderts hat sich aus der allgemeinen Ökonomie die Finanzwissenschaft mit der Finanzmathematik herausgebildet. Bis dahin ging es vor allem um begriffliche Klärungen. Man begann nun empirische Forschung zu betreiben und beschrieb Märkte und das Verhalten der Börsen mathematisch, d. h. mit Hilfe von Gleichungen. Im Unterschied zu – sagen wir Experimentalphysikern, die auch mit vielen und großen Zahlen zu tun haben – stehen Ökonomen vor einem besonderen Problem: Anders als bei einem physikalischen Experiment ist es grundsätzlich nicht möglich, Marktbeobachtungen zu wiederholen. Die Randbedingungen sind immer wieder andere. Politische Einflüsse, wirtschaftliche Faktoren und die psychologischen Momente der Anleger sind nicht reproduzierbar. Der Ökonom kann insbesondere nicht experimentell überprüfen, ob seine Annahmen richtig sind, indem er beispielsweise eine Million Euro in einen Fonds steckt, mehrere Jahre wartet und schließlich prüft, wie sich der Fonds entwickelt hat. Ebenso kann er nicht alle Variablen kennen, die seine Berechnungen beeinflussen: Wird der neue Bundeskanzler oder die neue Bundeskanzlerin die Stimmung an der Börse heben oder dämpfen? Spielt die Krise in Branche A eine Rolle für Branche B oder C? Und was bedeutet das für die Zinsentwicklung?

Der Physiker hingegen kann exakt vorhersagen, wie beispielsweise die Flugkurve eines Teilchens aussieht. Aus einer Vielzahl von Experimenten hat er die relevanten Größen ermittelt und die nicht relevanten ausgeschlossen. Ein Beispiel: die Zeit. Es ist für ein Experiment in der Regel unbedeutend, zu welcher Tageszeit es stattfindet. Beim Aktienhandel kann dagegen das Ergebnis – Gewinn oder Verlust – von einer Stunde zur anderen völlig verschieden sein.

In anderen Fällen wird dem Ökonom das statistische Material für halbwegs sichere Finanzprognosen nicht ausreichen. Ein Beispiel sind ausgefallene Kredite. Sie sind eher die Ausnahme. Noch schwieriger ist der Faktor Mensch. Werden die Anleger ihre Aktien halten oder verkaufen? Hier kann schon eine kurze Gewinnwarnung – ob treffend oder nicht – den Verlauf eines Börsentags wesentlich beeinflussen. Schnelle Entscheidungen können fatale Folgen haben. Eine schlüssige Darstellung des Zusammenhangs zwischen den individuellen Entscheidungen und denjenigen auf gesamtwirtschaftlichem Niveau ist bisher nicht gelungen.

Am Anfang waren einfache mathematische Modelle

Es zeigte sich, dass die klassischen, „einfachen“ Modelle nur teilweise richtige Vorhersagen lieferten. Kleine bis mittlere Börsengewinne bzw. -verluste bildet die Gaußsche Normalverteilung – eine Kurve in Glockenform – noch zuverlässig ab. Der dicke „Bauch“ der Glockenkurve steht für einen überwiegend „gewöhnlichen“ Kursverlauf. Aber „Ausreißer“, also sehr große Verluste oder Gewinne, traten viel häufiger auf als mathematisch berechnet. Klassische Modelle zielten generell auf einen wahrscheinlichen Kursverlauf; extreme Schwankungen („Crashes“) wurden vernachlässigt.

Neue Modelle werden mittels sogenannter Lévy-Prozesse gestaltet, die ein sprunghaftes Verhalten der Aktienkurse beschreiben können. Allerdings haben sie sich noch nicht als Standard in der Praxis etabliert. Auch machte man anfangs keine Aussagen über den zeitlichen Verlauf. War der Kurs zu einem festen Tag bekannt, so interessierte man sich meist nur dafür, wie er beispielsweise ein Jahr später aussehen würde. Die Tage dazwischen fielen in der Rechnung praktisch weg. Noch bis vor zwanzig Jahren nahmen Finanzmathematiker an, dass sich die Entwicklungen an den Börsen gegenseitig kaum beeinflussen. Krisen wurden ausgestanden und Dramatisches – so die Hoffnung – werde schon nicht eintreten. Mit der Zeit wurden mangelhafte mathematische Modelle durch neue komplizierte Modelle mit mehr Parametern ersetzt, um weitere Aspekte berücksichtigen zu können.

Inzwischen sind die Modelle so komplex, dass ein einzelner kaum in der Lage ist, sie zu durchschauen. Ein Aktienbroker wird sich schwertun, innerhalb von Minuten mehrere Varianten mit verschiedenen Parametern durchzurechnen und sinnvoll zu bewerten, um seine Kauf- oder Verkaufsentscheidung auf eine sichere mathematische Grundlage zu stellen. Dann helfen nur noch Erfahrung oder das „Bauchgefühl“. Ein Blick in die Zeitungen zeigt auch, dass viele mathematische Begriffe falsch verstanden werden. Und es hilft natürlich nicht, einen kompetenten Mathematiker in einer Bank zu beschäftigen – etwas, das heute durchaus die Regel ist –, ihn bei wichtigen Vorstandsentscheidungen aber außen vor zu lassen.

Klassische Probleme des Wertpapierhandels

Spricht man von Finanzmathematik, so meint man im Wesentlichen die mathematische Modellierung des Wertpapierhandels: Aktien-, Währungs- und Optionsmarkt.

Kreditrisiko

Wie sicher ist ein Kredit? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er ausfällt und wie groß ist der maximale Verlust? Bei Kreditderivaten – Derivate sind „Produkte“, deren Auszahlung von anderen Aktienwerten abhängt – hat man zusätzlich zu berücksichtigen, dass einer verhältnismäßig geringen Gewinnchance ein deutlich größerer möglicher Verlust gegenübersteht. Die derzeitige Finanzkrise wurde insbesondere durch Kreditderivate ausgelöst. Man hatte Anlagemöglichkeiten geschaffen, bei denen mehrere Produkte voneinander abhängen. Plötzlich fielen viele Kreditnehmer zur gleichen Zeit aus; und schlechte Kredite waren zu einem Paket gebündelt. Als dann ein Kredit wegbrach, folgten wasserfallartig weitere. Die vermeintlich sichere Streuung der Risiken wurde hier zur Falle. Bei den amerikanischen Hypothekenkrediten, die Bestandteil vieler derartiger Pakete sind, kommt eine weitere Schwierigkeit hinzu. Es ist nicht zu schätzen, wie hoch der Verlust des Kreditnehmers ausfällt, falls dieser zahlungsunfähig wird und die beliebene Immobilie zwangsversteigert wird. Der erzielte Preis ist kaum kalkulierbar, da unklar ist, wann es zur Versteigerung kommt. Dies ist oft erst Monate oder gar Jahre später der Fall. Hier hilft auch die beste Mathematik nicht. In der Zwischenzeit können die Immobilienpreise ins Bodenlose fallen, da immer mehr Versteigerungen erfolgen.

Bewertungen von Optionen

Optionen bedeuten Verträge über eine zukünftige Zahlung zu einem festgelegten Zeitpunkt in nicht garantierter Höhe. Man kauft quasi das Recht, etwas kaufen oder verkaufen zu dürfen. Das Problem: Was ist ein „gerechter“ Preis für eine Option? Die Bewertung von Optionen ist derzeit wohl der populärste Bereich der Finanzmathematik. Da sich die Optionsmodelle in den letzten Jahren enorm vermehrt haben, müssen immer mehr Varianten mathematisch modelliert werden. So werden unter anderem Auszahlungsmodelle angeboten, die dem Kunden garantieren, keinen Verlust zu erleiden, sowie andere, welche die zu leistende Gewinnauszahlung nach oben begrenzen. Hierfür benötigt man sehr genaue Abschätzungen der Aktienkurse, die auch sprunghafte Schwankungen der Ausschläge berücksichtigen.

Portfolio-Optimierung

Bei der Portfolio-Optimierung wird eine Strategie gesucht, um einen maximalen Gewinn für einen „Warenkorb“ von Anlagen (Aktien, Fonds, Handelsgüter usw.) zu erzielen. Ein Investor entscheidet zu einem beliebigen Zeitpunkt, welche und viele Anteile seiner Wertpapiere er verkauft oder hält. Hier ergeben sich gleich zwei Probleme: Da die Entwicklung der Aktienkurse unbekannt ist, muss sie geschätzt werden. Erst danach kann unter einer „realistischen“ Annahme eine Funktion für ein

Optimum ermittelt werden. Hinzu kommen die zahlreichen Anlagemöglichkeiten. Teilweise existieren über hundert unterschiedliche Strategien für ein einziges Portfolio. Neue Modelle berücksichtigen zusätzlich den zeitlichen Aspekt und fortlaufende Entscheidungen der Anleger.

Zinsmodelle

Wie werden sich die Zinsen entwickeln? Keine Aktie garantiert einen Gewinn. Unbekannte Einflüsse wie politische Entscheidungen, die allgemeine Wirtschaftslage oder das Verhalten der Käufer und Verkäufer sind kaum oder gar nicht vorherzusagen und quantitativ zu bewerten. Langfristige Trends stehen kurzfristigen Einflüssen gegenüber. Und es kommt noch der Zufall ins Spiel. Selbst wenn die Kugel beim Roulette fünfmal hintereinander auf Rot fällt, bleibt doch die Wahrscheinlichkeit für die nächste Runde wieder 50 Prozent für Schwarz und 50 Prozent für Rot (wenn wir die grüne Null außen vor lassen). Für den Aktienkurs bedeutet das: Selbst wenn der Aktienkurs mehrere Tage hintereinander gestiegen ist, kann niemand garantieren, dass er am nächsten Tag nicht abstürzt. Auch die Tiefe des Absturzes ist nicht vorhersagbar.

Ansprechpartner

Dr. Jörg Wenzel (zu den Themen Kreditderivate und Zinsmodelle)
Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik
Fraunhofer-Platz 1, 67663 Kaiserslautern
Tel.: 0631 / 3 16 00 - 45 01
E-Mail: joerg.wenzel@itwm.fraunhofer.de

Dr. Marco Bargel (Chef-Volkswirt der Postbank)
Deutsche Postbank AG
Friedrich-Ebert-Allee 114 - 126, 53113 Bonn
Tel.: 0228 / 9 20 - 1 11 00
E-Mail: marco.bargel@postbank.de

Medienkontakt

Thomas Vogt
Deutsche Mathematiker-Vereinigung
Medienbüro
Technische Universität Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin
Tel.: 030 / 314 - 787 88
Fax: 030 / 314 - 787 87
E-Mail: vogt@math.tu-berlin.de
www.mathematik.de
www.dmv.mathematik.de