



Zimmer frei in Hilberts Hotel?

Endliche und unendliche Mengen unterscheiden sich grundsätzlich. Das hat der deutsche Mathematiker David Hilbert (1862–1943) anschaulich an einem Gedankenspiel gezeigt, das als "Hilberts Hotel" in die Geschichte einging.

Man stelle sich ein Hotel mit unendlich vielen Zimmern vor. Die Zimmer seien mit den Zimmernummern 1,2,3,4 usw. bezeichnet – bis ins Unendliche.

Stellen wir uns weiter vor, das Hotel sei belegt. Nun kommt ein Bus mit unendlich vielen neuen Gästen an. Jeder neue Gast möchte ein Zimmer haben. Aber was tun? Alle Räume sind ja bereits belegt. Können dennoch alle neuen Gäste untergebracht werden?

Sie haben es geahnt: es geht tatsächlich! Der Gast von Zimmer 1 ziehe dazu in Zimmer 2, der von Zimmer 2 in Zimmer 4, und der von Zimmer 3 in Nr. 6 usw. Jeder wechselt also in das Zimmer mit der doppelt so großen Zimmernummer. Dann sind plötzlich alle Zimmer mit ungeraden Nummern frei. Da es hiervon unendlich viele gibt – es existieren unendlich viele ungerade Zahlen –, können die unendlich vielen neuen Gäste alle einziehen. In einer unendlichen Menge ist also immer genug Platz.